

Lưu ý: Các kết quả làm tròn lấy 4 chữ số sau dấu phẩy.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: (1,5 điểm). Giá bán lại $y(t)$ (triệu đồng) của một máy sau t năm sẽ giảm với tốc độ tỉ lệ với hiệu giữa giá bán $y(t)$ và giá trị phế liệu S của máy. Tức là, $y(t)$ thỏa phương trình vi phân sau

$$y' = -k(y - S), \text{ với } k \text{ là hằng số tỉ lệ.}$$

Biết giá ban đầu của máy là $y(0) = 3000$ (triệu đồng), $S = 100$ (triệu đồng), $k = 0,2$. Tính gần đúng giá bán lại của máy

- Sau 5 năm bằng công thức Euler với bước nhảy $h = 1$ (năm), ta được **(1)** (triệu đồng).
- Sau 3 năm bằng công thức Euler cải tiến với bước nhảy $h = 1$ (năm), ta được **(2)** (triệu đồng).
- Dùng kết quả ở câu b, tính gần đúng tốc độ giảm giá bán lại của máy sau 3 năm, ta được **(3)** (triệu đồng/năm).

Câu 2: (2 điểm). Số lượng của một loài muỗi theo thời gian ở một khu rừng nhiệt đới được thống kê qua bảng số liệu sau

t (tuần)	0	1	2	3	4	5	6	7
y (ngàn con)	2	2,9	4,1	5,8	8,3	11,9	17	24,3

Dùng phương pháp bình phương bé nhất mô tả hàm số lượng của loài muỗi trên theo tuần

- Dưới dạng tuyến tính $y = at + b$ ta thu được $a =$ **(4)**, $b =$ **(5)**.
- Dưới dạng mũ $y = Ae^{Bt}$, ta thu được $A =$ **(6)**, $B =$ **(7)**.

Câu 3: (1,5 điểm). Khối lượng m của một mảnh kim loại đồng chất giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ với $f(x) \geq g(x)$ trên $[a, b]$ được tính bởi công thức

$$m = \rho \int_a^b [f(x) - g(x)] dx, \text{ trong đó } \rho \text{ là khối lượng riêng của kim loại.}$$

Cho một mảnh kim loại đồng chất giới hạn bởi các đường $y = \ln(2x + 1)$, $y = 0$ trên $[1; 2]$.

Biết mảnh kim loại này có khối lượng $m = 5$, tính gần đúng khối lượng riêng ρ của kim loại

- Bằng công thức hình thang 8 đoạn chia, ta được $\rho \approx$ **(8)** với sai số tuyệt đối được ước lượng là **(9)**.
- Bằng công thức Simpson 8 đoạn chia, ta được $\rho \approx$ **(10)**.

II. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 4: (2 điểm). Cho hệ phương trình

$$\begin{cases} 7,68x + 2,7y = -1,6 \\ 1,5x - 2,5y = 3,14 \end{cases}.$$

- Dùng phương pháp lặp đơn với ba bước lặp giải gần đúng hệ phương trình với $(x_0, y_0) = (0,0)$ và đánh giá sai số.
- Dùng phương pháp lặp Seiden với bốn bước lặp giải gần đúng hệ phương trình với $(x_0, y_0) = (0,0)$ (không cần đánh giá sai số).

Câu 5: (3 điểm).

a. Tìm ảnh của hàm $f(t) = 2 - 5t + \cos 2t + \int_0^t e^{2(t-u)} \sin u du$.

b. Dùng phép biến đổi Laplace giải hệ phương trình vi phân

$$\begin{cases} x' + 2x + 3y = 1 \\ y' + 5x = \sin t \end{cases}, \text{ với } x(0) = 2; y(0) = 0.$$

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
[CĐR 1.7]: Có khả năng vận dụng các phương pháp O-1e, O-1e cải tiến giải phương trình vi phân với điều kiện đầu	Câu 1
[CĐR 1.6]: Nắm bắt ý nghĩa phương pháp bình phương bé nhất và vận dụng tìm một số đường cong cụ thể	Câu 2
[CĐR 1.5]: Có khả năng áp dụng công thức hình thang, công thức Simpson tính gần đúng tích phân	Câu 3
[CĐR 1.2] Có khả năng áp dụng các phương pháp lặp vào giải gần đúng các hệ phương trình tuyến tính, đánh giá sai số	Câu 4
[CĐR 1.8]: Có khả năng thực hiện phép biến đổi Laplace, phép biến đổi Laplace ngược và ứng dụng giải phương trình vi phân, tích phân, hệ phương trình vi phân	Câu 5

Ngày 11 tháng 6 năm 2016

Thông qua bộ môn